CORSO DI RECUPERO PER STUDENTI CON OFA

Università di Parma, Dipartimento di Ingegneria e Architettura

A.A. 2019-2020

Soluzioni ai quesiti di LOGICA

1. Risposta esatta: (d).
   SOLUZIONE DEL QUESITO:
   Definiamo per ogni numero x le proposizioni:

   $P(x)$: x è un numero pari,

   $T(x)$: x è un numero troppobello.

   La congettura del teorico dei numeri si può riscrivere pertanto come:

   $$\forall\, x,\ T(x) \Rightarrow P(x).$$

   L'allievo sostiene che tale congettura è falsa, perciò afferma che

   $$\neg\left(\forall\, x,\ T(x) \Rightarrow P(x)\right). \tag{1}$$

   In generale, la negazione di una proposizione del tipo $\forall\, x,\ A(x)$ si ottiene con $\exists\, x,\ \neg A(x)$. Dunque la negazione della proposizione (1) è

   $$\exists\, x,\ \neg\left(T(x) \Rightarrow P(x)\right).$$

   Quest'ultima, per l'equivalenza logica $A(x) \Rightarrow B(x) \equiv \neg A(x) \vee B(x)$, equivale a

   $$\exists\, x,\ \neg\left(\neg T(x) \vee P(x)\right)$$

   da cui[1]

   $$\exists\, x,\ T(x) \wedge \neg P(x).$$

   L'ultima proposizione si può leggere come "esiste un numero x che è sia troppo bello che dispari" e tale affermazione corrisponde alla risposta (d) del quesito.

[1] Acerbi E, Buttazzo G. *Matematica preuniversitaria di base.* Pitagora (2003), pag. 4.

2. Risposta esatta: (b).
   <u>SOLUZIONE DEL QUESITO:</u>
   Costruiamo le tavole di verità per ogni equivalenza:

   (a) $A \vee \neg A \equiv B \vee \neg B$

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$
V	F	V
F	V	V

B	$\neg B$	$B \vee \neg B$
V	F	V
F	V	V

   Poiché le ultime colonne di ogni tavola coincidono, l'equivalenza è vera.

   (b) $A \wedge B \equiv \neg B \vee \neg A$

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

$\neg B$	$\neg A$	$\neg B \vee \neg A$
F	F	F
V	F	V
F	V	V
V	V	V

   Poiché le ultime colonne di ogni tavola non coincidono, l'equivalenza è falsa.

   (c) $\neg(A \wedge B) \equiv A \Rightarrow \neg B$

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

$\neg B$	$A \Rightarrow \neg B$
F	F
V	V
F	V
V	V

   Poiché le ultime colonne di ogni tavola coincidono, l'equivalenza è vera.

   (d) $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$\neg A$	$\neg A \vee B$
F	V
F	F
V	V
V	V

   Poiché le ultime colonne di ogni tavola coincidono, l'equivalenza è vera.

3. Risposta esatta: (c).
SOLUZIONE DEL QUESITO:
Procedimento 1: Utilizzando le definizioni di operatori insiemistici[2], si hanno le seguenti equivalenze:

$$x \in (A \cap A) \cup \emptyset \iff x \in (A \cap A) \text{ o } x \in \emptyset \iff x \in A \cap A \text{ [poiché } \forall x, x \notin \emptyset] \iff$$

$$\iff x \in A \text{ e } x \in A \iff x \in A$$

Procedimento 2: Trasformiamo gli operatori insiemistici in operatori logici: $\wedge$ in luogo di $\cap$, $\vee$ in luogo di $\cup$; e ricordiamo che l'insieme $\emptyset$ corrisponde al "falso".
Costruiamo la tavola di verità.

A	$\emptyset$	$A \wedge A$	$(A \wedge A) \vee \emptyset$
V	F	V	V
F	F	F	F

Poiché l'ultima colonna coincide con la prima, la risposta è A.

4. Risposta esatta: (a).
5. Risposta esatta: (b).
6. Risposta esatta: (c).
7. Risposta esatta: (a).
8. Risposta esatta: (d).
9. Risposta esatta: (d).
10. Risposta esatta: (a).

[2] Acerbi E, Buttazzo G. *Matematica preuniversitaria di base.* Pitagora (2003), pag. 11.