ESERCIZIO: Trovare il dominio naturale delle seguenti funzioni:

1) $\sqrt{x-2}$

2) $\sqrt{|x-2|}$

3) $\sqrt{|x|-2}$

4) $\sqrt{\log x-1}$

5) $\log\left(\sqrt{x^2-6x+5}\right)$

6) $\sin\left(x-\sqrt{4-2x}\right)$

CORREZIONE:

1) FUNZIONE ALGEBRICA IRRAZIONALE D: $x-2\geq 0$

$x\geq 2$

$[2;+\infty)$

2) D: $|x-2|\geq 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

3) $\sqrt{|x|-2}$ D: $|x|-2\geq 0$

$|x|\geq 2$

$x\leq -2 \;\vee\; x\geq 2$

$(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

- $|f(x)|\geq g(x)$

$f(x)\leq -g(x)$

$\vee$

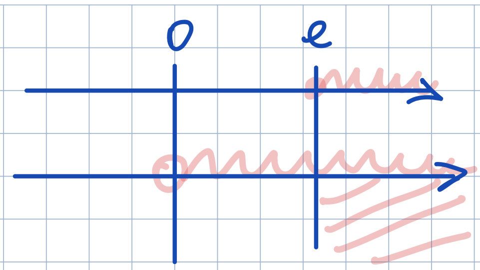
$f(x)\geq g(x)$

- $|f(x)|\leq g(x)$

$\begin{cases} f(x)\geq -g(x) \\ f(x)\leq g(x) \end{cases}$

4) $\sqrt{\log x-1}$ D: $\begin{cases}\log x-1\geq 0 \\ x>0\end{cases}$ $\begin{cases}\log x\geq 1 \\ x>0\end{cases}$

$\begin{cases}\log x\geq \log e^1 \\ x>0\end{cases} \longrightarrow x\geq e$



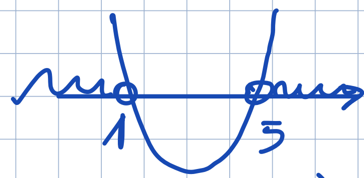
$x \geq e$ $\quad [e; +\infty)$

5) $\log\left(\sqrt{x^2-6x+5}\right)$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-6x+5} > 0 \\ x^2-6x+5 \geq 0 \end{cases} \longrightarrow x^2-6x+5>0$$

$(x-5)(x-1)>0$

$x<1 \vee x>5$



$(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

6) $\sin\left(x-\sqrt{4-2x}\right)$

D: $4-2x \geq 0$

$4 \geq 2x$

$x \leq 2$

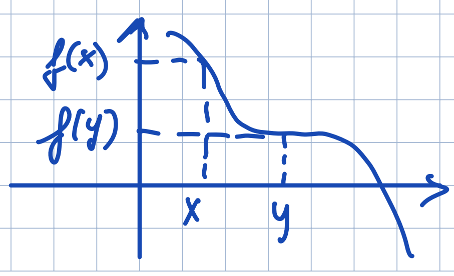
$(-\infty; 2]$

ESERCIZIO: Negare la proposizione "f è debolmente decrescente"

DIM:

non ($f: A \to \mathbb{R}$ debolmente decrescente) equivale a

non $(\forall x,y \in A,\ x<y \Rightarrow f(x) \geq f(y))$ equivale a



non $(\forall x,y \in A,\ x \geq y$ o $f(x) \geq f(y))$

equivale a $\exists\, \bar{x}, \bar{y} \in A$ t.c. non $(x \geq y$ o $f(x) \geq f(y))$

equivale a $\exists\, \bar{x}, \bar{y} \in A$ t.c. $x < y$ e $f(x) < f(y)$.

c.v.d.

ESERCIZIO: Negare la proposizione "f è strettamente monotona"

DIM. non ($f : A \to B$ è strettamente crescente o strettamente decrescente)

non $(\forall x, y \in A \quad \underbrace{x < y \Rightarrow f(x) < f(y)}_{x \geq y \text{ o } f(x) < f(y)})$ e non $(\forall x, y \in A \quad \underbrace{x < y \Rightarrow f(x) > f(y)}_{x \geq y \text{ o } f(x) > f(y)})$

$(\exists\, \bar{x}, \bar{y} \in A : \bar{x} < \bar{y}$ e $f(\bar{x}) \geq f(\bar{y}))$ e $(\exists\, \bar{x}, \bar{y} \in A : \bar{x} < \bar{y}$ e $f(\bar{x}) \leq f(\bar{y}))$

c.v.d.

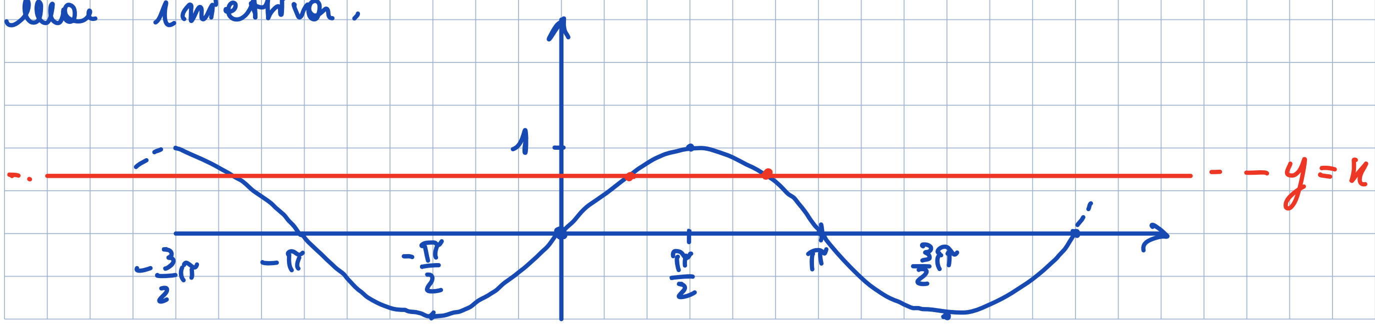
ESERCIZIO: Dire se la funzione $\arctan(2x - x^3)$ è pari o dispari.

PARI: $f(-x) = f(x)$

DISPARI: $f(-x) = -f(x)$

$$f(-x) = \arctan(2(-x) - (-x)^3) =$$
$$= \arctan(-2x + x^3) =$$
$$= \arctan(-(2x - x^3)) =$$
$$= -\arctan(2x - x^3) \quad \text{DISPARI}$$

ESERCIZIO: Provare che una funzione periodica NON è mai iniettiva.



$\sin x = k$ $\quad k\ [-1;1]$ ha infinite soluzioni

in quanto $\sin \vartheta = k$ allora $\sin(\vartheta + 2k\pi) = k \quad \forall k \in \mathbb{Z}$

NON può essere iniettiva.

TRASFORMAZIONI DI GRAFICI DI FUNZIONI

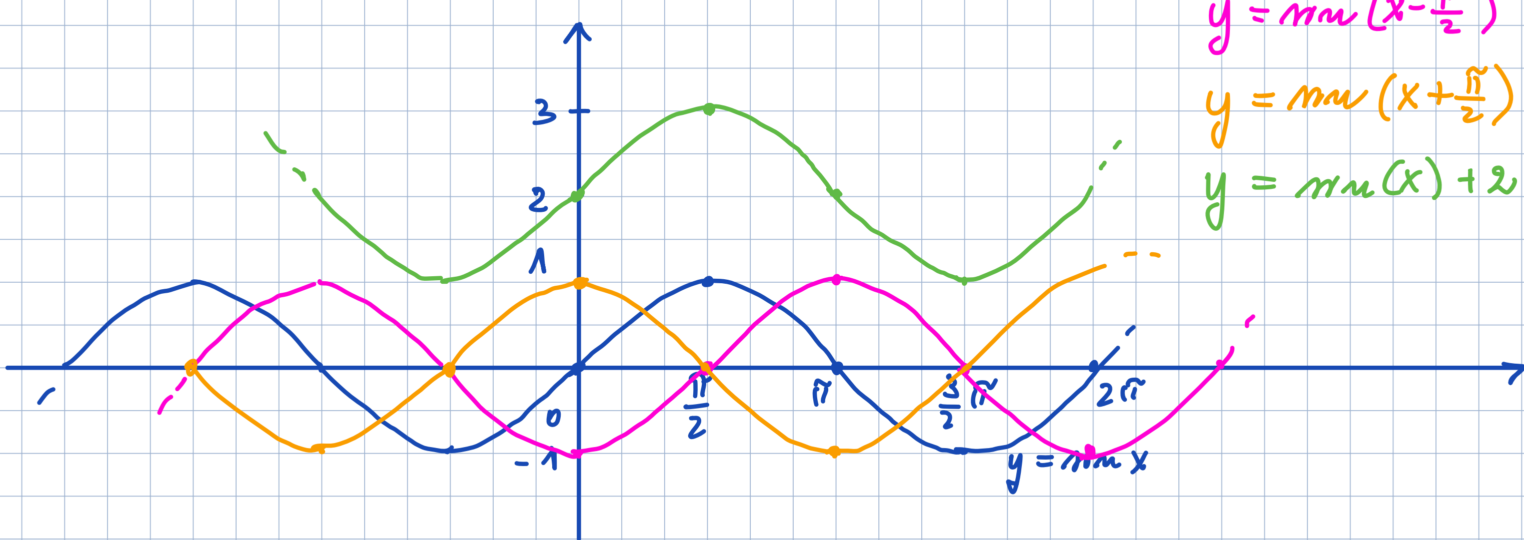
TRASLAZIONI

ORIZZONTALI $f(x+k)$

- se $k>0$ trasla verso sinistra
- $k<0$ trasla verso destra

VERTICALI $f(x)+k$

- $k>0$ trasla verso l'alto
- $k<0$ trasla verso il basso



DILATAZIONI / CONTRAZIONI

ORIZZONTALI $f(k \cdot x)$

- $0 < |k| < 1$ DILATAZIONE
- $|k| > 1$ CONTRAZIONE

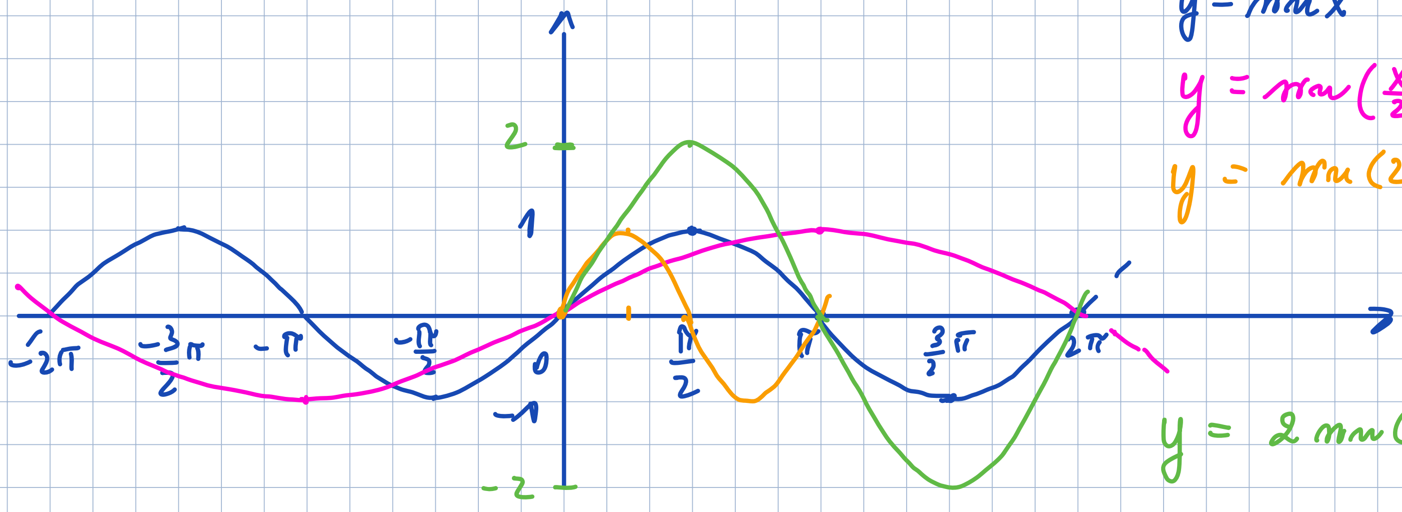
VERTICALI $k\, f(x)$

- $0 < |k| < 1$ CONTRAZIONE
- $|k| > 1$ DILATAZIONE

$y = \sin x$

$y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

$y = \sin(2x)$



$y = 2\sin(x)$

• $T = \dfrac{2\pi}{1/2} = 4\pi$ $\qquad$ $T = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$

SIMMETRIE

$f(-x)$ simmetrica rispetto origine

$-f(x)$ simmetrica rispetto asse x

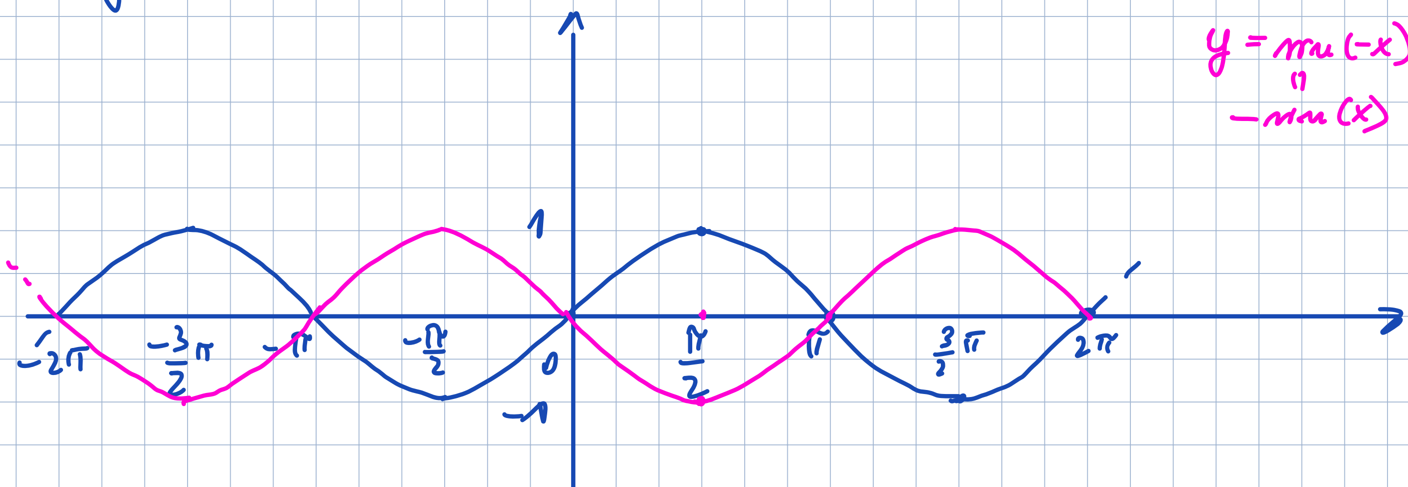
$f(|x|)$ le $x<0$ assumono le stesse immagini delle $x>0$.

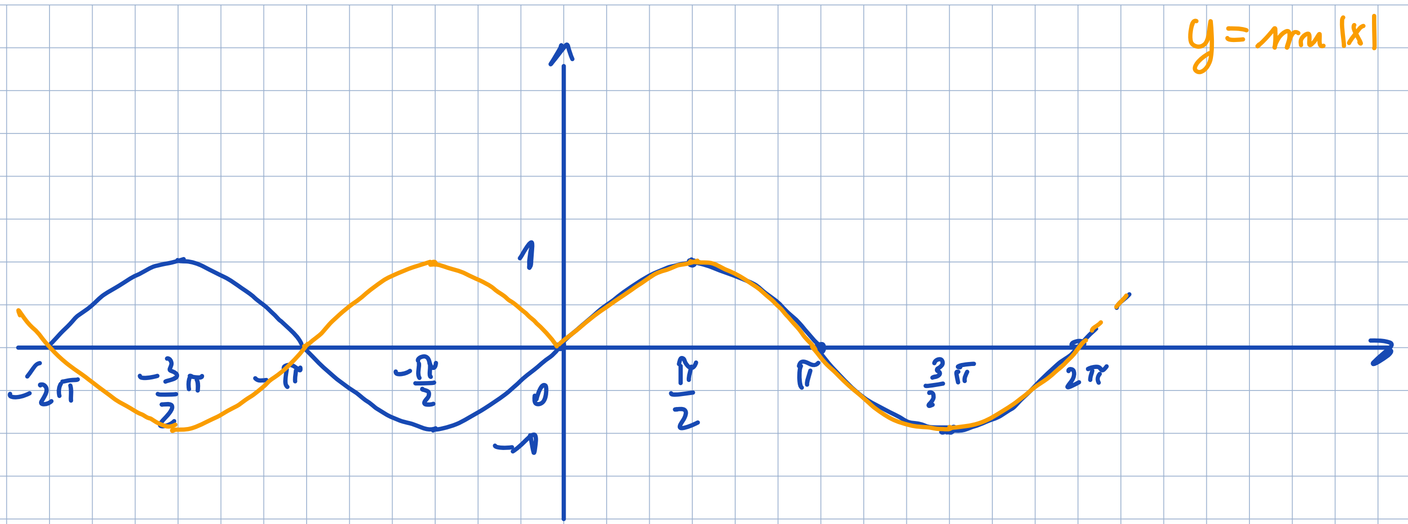
$|f(x)|$

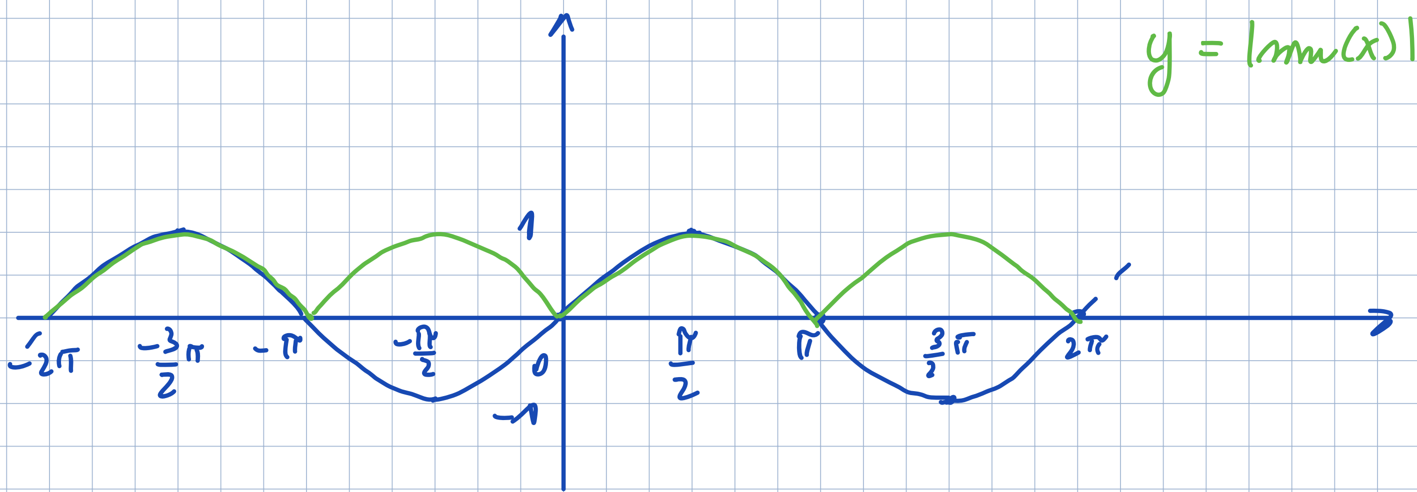
le $y<0$ diventano positive

$y = \sin x$

$y = \sin(-x) = -\sin(x)$

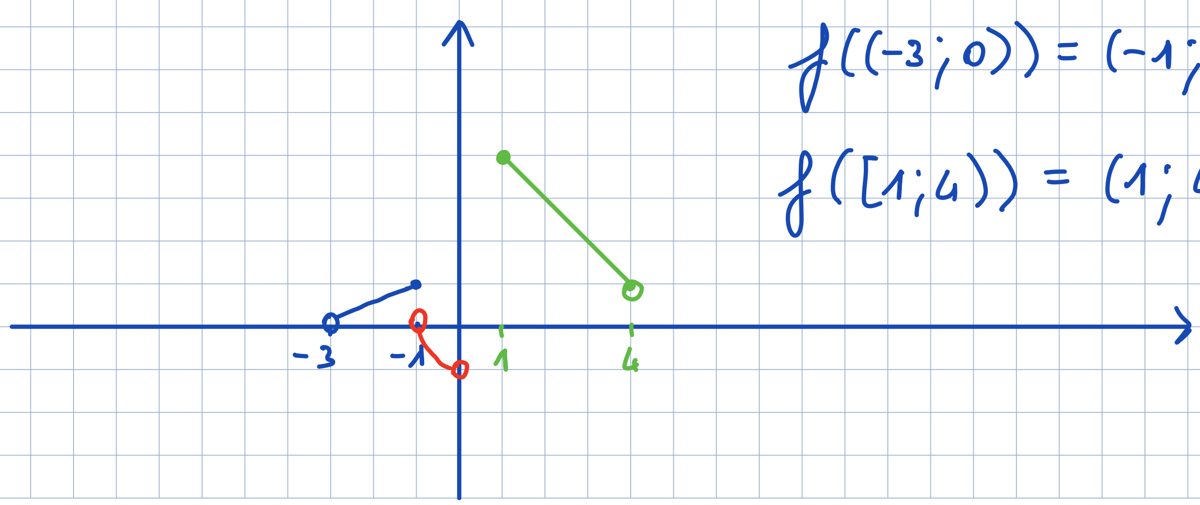






ESERCIZIO: Rappresentare e determinare graficamente l'immagine della seguente funzione:

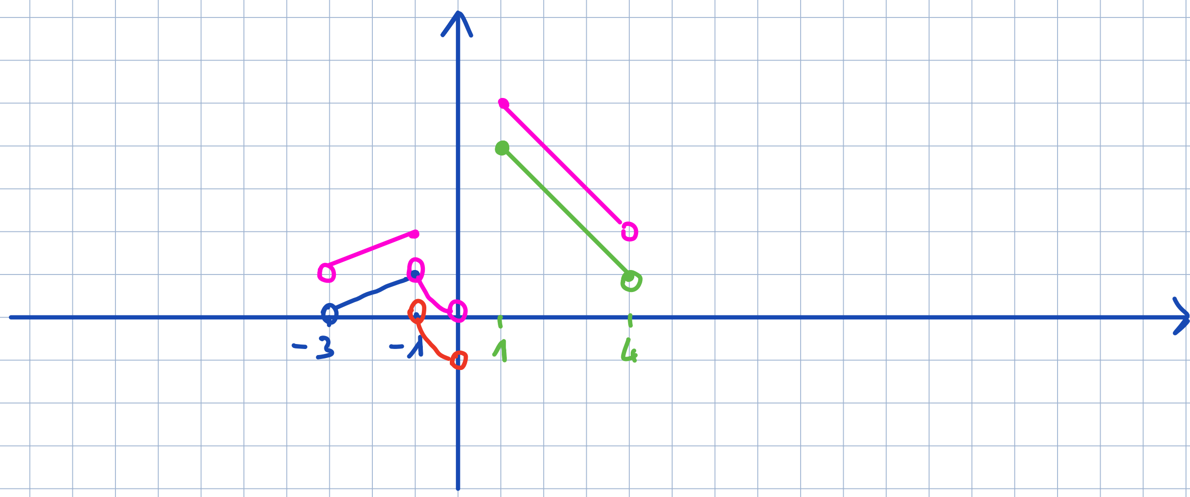
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{3}{2} & -3 < x \leq -1 \\ x^2 - 1 & -1 < x < 0 \\ 5 - x & 1 \leq x < 4 \end{cases}$$

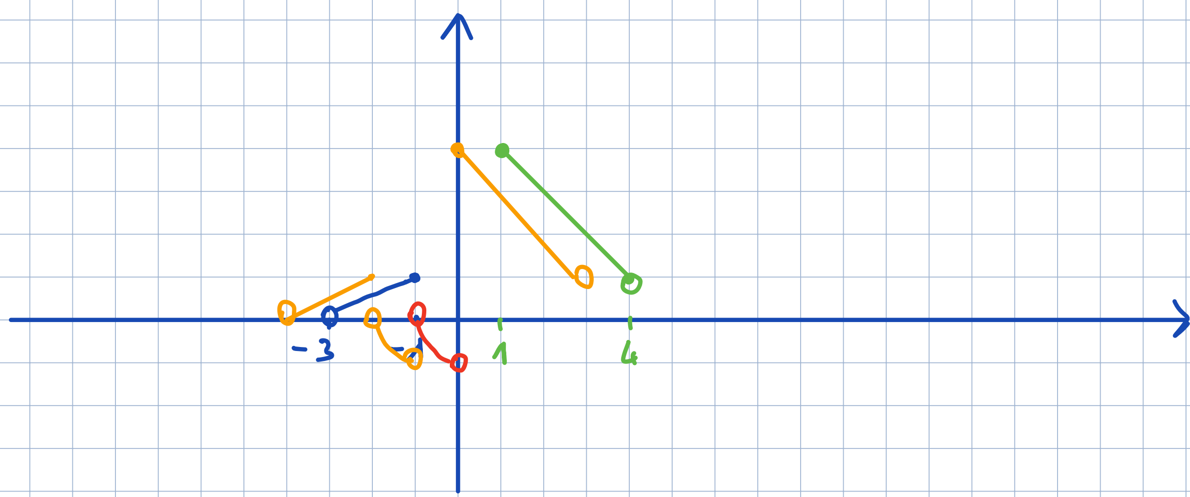


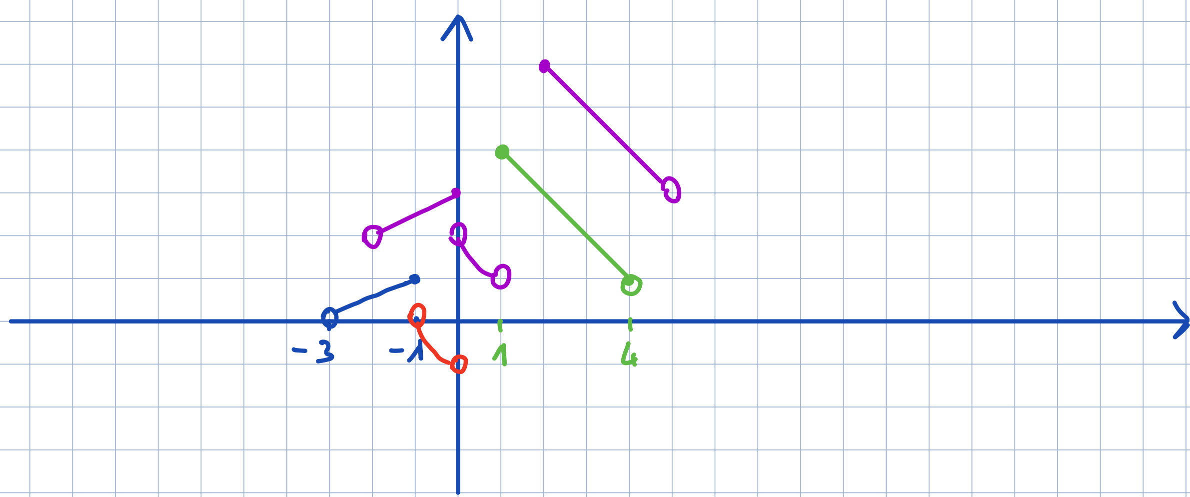
$f((-3;0)) = (-1;1] \setminus \{0\}$

$f([1;4)) = (1;4]$

ESERCIZIO: $f(x)+1$ $f(x+1)$ $f(x-1)+2$







ESERCIZIO: $\frac{f(x)}{4}$ $-3\,f(x+1)+2$